

# Rancilio Silvia espressokoneen lämpötilakäyttäytymisen mallintaminen

K

22. toukokuuta 2008

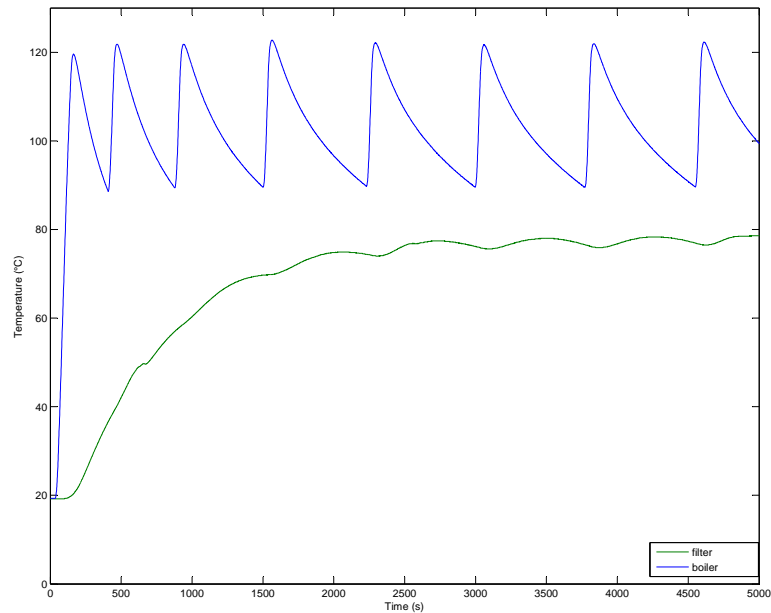
## Tiivistelmä

Tässä lyhyessä artikkelissa esitellään ekvivalentti sähköpiirimalli boilerin ja suodatinkahvan lämpöyhtälöiden kuvaukseen.

## 1 Johdanto

### 1.1 Tavoite

Tavoitteena on riittävällä tarkkuudella mallintaa Rancilio Silvia espressokoneen lämpötilakäyttäytyminen. Kuvassa 1 on esitetty mittaustuloksia, joiden kaltaiseen vasteeseen mallilla pyritään.



Kuva 1: Boilerin ja suodatintimen lämpötila lämmitys- ja idle vaiheessa [mitannut Pentu].

## 2 Menetelmä

### 2.1 Perusperiaate

Mallinnetaan lämpövuota kuvaavia differentiaaliyhtälöitä ekvivalentilla sähköpiirimallilla, jossa jännite vastaa lämpötilaa, lämpöä tuottavat lähteet vastaavat virtalähteitä, lämpöhäviöt vastaavat vastuksia ja kondensaattorit vastaavat lämpöä varastoivaa massaa. Valitaan lisäksi yksiköt siten, että jännite Voltteina vastaa suoraan lämpötilaa Celcius-asteina, ja että virrat, kapasitanssit sekä resistanssit pysyvät suhteellisen "normaaleissa" lukuarvoissa.

### 2.2 Tausta

Oletetaan, että pumpputta ei käytetä, lämmityselementti lämmittää teholla  $P$  (voi olla 0 W). Boilerissa syntyy Newtonin jäähtymislain mukainen lämpöhäviö ja lämmityselementti tekee työtä lämmittämiseksi. Näin ollen boilerin lämpötilalle voidaan siis kirjoittaa yksinkertaistettu differentiaaliyhtälö

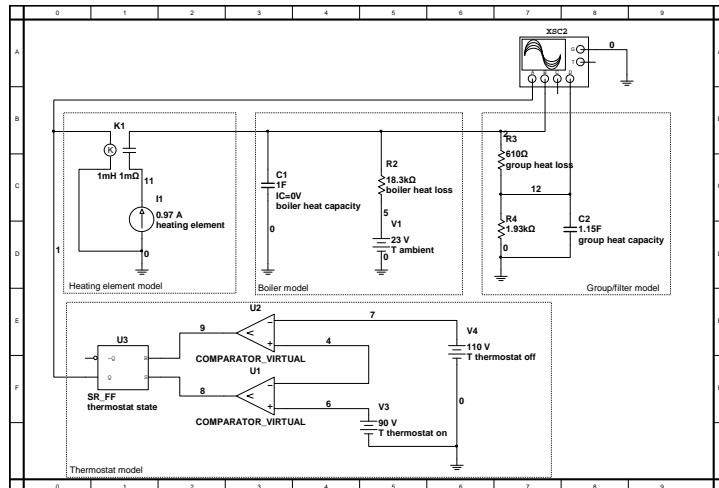
$$\frac{dQ}{dt} = a \frac{dT}{dt}(t) = P_{element} - k (T(t) - T_{room}) \quad (1)$$

Yhtälö (1) vastaa virtapiiriä, jossa kapasitanssi  $C = a = m c_{water}$  kondensaattori on kytketty rinnan virtalähteen  $I = P_{element}$  ja vastuksen  $R = \frac{1}{k}$  kanssa. Vastuksen yli vaikuttaa jännite  $U = T(t) - T_{room}$  joten maatasen ja vastuksen välissä on jännitelähde  $T_{room}$ .

### 2.3 Varsinainen malli

Kuvassa 2 on esitetty kappaleen 2.2 pohjalta kehitetty "lopullinen" malli.

Malli koostuu neljästä osasta. Kuvan alaosassa oleva lohko mallintaa termostaatin lämpötila-anturoinnin toimintaa. Kuvan yläosan vasemmanpuoleinen



Kuva 2: Ekvivalentti sähköpiirimalli.

lohko kuvaa lämmityselementtiä ja sitä kytkevä rele termostaatin kytkintä. Ylhäällä keskellä on kuvattu boilerin sisältämä lämpöenergia ja siitä tapahtuvat lämpöhäviöt huoneilmaan. Ylhäällä oikealla on kuvattu grupon ja kahvan kytkeytyminen boileriin ja niihin varastoitunut energia: Vastusjako  $R3-R4$ -kuvaa lämpötilan pudotusta boilerista kahvaan,  $C2$  kuvaa grupon/kahvan varastoimaa lämpöenergiaa ja yhdessä  $R3$  ja  $C2$  muodostavat alipäästöpiirin, joka vaimentaa boilerissa tapahtuvien muutosten näkymistä kahvassa.

### 3 Komponenttien arvojen määrittäminen

#### 3.1 Virtalähde ja kondensaattori $C1$

Virtalähteen  $I1$  virraksi otetaan suoraan lämmityselementin teho  $[kW]$ . Koska lämmityselementti toimii suurella hyötysuhteella ja lämpöhäviöt ympäristöön lämmityksen alkuvaiheessa ovat pieniä, niin kondensaattorin  $C1$  kapasitanssi määritetään siten, että lämpötila nousee lämmitysvaiheessa oikealla nopeudella. Kondensaattorille pätee

$$C1 \frac{dU}{dt} = I1 \quad (2)$$

eli

$$C1 = \frac{I1}{\frac{dU}{dt}} \quad (3)$$

Lämpenemisvaiheessa lämpötilan nousunopeus on hyvin lineaarista ollen noin  $\frac{dU}{dt} \approx 1 \frac{^\circ C}{s}$  (kts. Kuva 1). Kun jätetään hieman pelivaraa lämpöhäviöihin kuluvaan tehoon, niin kaavasta (3) saadaan  $C1 = 1 F$ .

#### 3.2 Vastukset $R2$ ja $R3$

Lämmitysvaiheessa sekä boileri että gruppo/kahva ovat kylmiä. Tämän vuoksi boilerin jäähtyminen on aluksi nopeampaa, kun siitä siirtyy energiaa kahvaan. Jo ensimmäisen lämmitysvaiheen jälkeen boilerin *keskimääräinen lämpötila* jäähtymisvaiheessa on hyvin pitkälle sama kuin kunnolla lämmentyneenä (kts. Kuva 1). Näin ollen vastuksen  $R2$  kautta kulkeva *keskimääräinen virta* on kussakin jäähtymisvaiheessa suurin piirtein sama. Merkitään sitä symbolilla  $I_{R2}$ . Kun kahva on kylmä (kondensaattori  $C2$ ) ei latautunut kulkee sen ja vastuksen  $R3$  kautta merkittävä virta. Olkoon tämä keskimääräinen  $I_{R3-1}$ . Kahvan lämmitessä — kondensaattorin latautuessa — tämä virta pienenee. Olkoon idle-syklin jäähtymisvaiheessa tämä keskimääräinen pienempi virta  $I_{R3-2}$ .

Jäähtymisvaiheessa kondensaattorin  $C1$  varaus purkautuu rinnan kytkettyjen vastusten  $R2$  ja  $R3$  kautta. Kaavan (2) mukaisesti purkuvirralla voidaan kirjoittaa  $I = C1 \frac{dU}{dt}$ . Keskimääräinen purkuvirta koostuu keskimääräisistä vastusten  $R2$  ja  $R3$  kautta kulkevista virroista. Ensimmäisen jäähtymisen aikana

$$I_1 = I_{R2} + I_{R3-1} \quad (4)$$

ja kunnolla lämmentyneenä

$$I_2 = I_{R2} + I_{R3-2}. \quad (5)$$

Kuvasta 1 voidaan nähdä, että keskimääräinen lämpötila putoaa  $\frac{dU}{dt} \approx -0.136 \frac{^\circ C}{s}$  ja lämmentyneenä  $\frac{dU}{dt} \approx -0.0457 \frac{^\circ C}{s}$ , joten  $I_1 = 0.136 A$  ja  $I_2 = 0.0457 A$ .

Edellen kuvan 1 pohjalta lämpötilaero sisäilman ja boilerin välillä on keskimäärin luokkaa  $85\text{ }^{\circ}\text{C}$ , joten

$$I_{R2} \approx \frac{85\text{ V}}{R2}. \quad (6)$$

Vastaavasti

$$I_{R3-1} \approx \frac{80\text{ V}}{R3} \quad (7)$$

ja

$$I_{R3-1} \approx \frac{25\text{ V}}{R3}. \quad (8)$$

Sijoittamalla (6)-(8) kaavoihin (4) ja (5) voidaan ratkaista

$$R2 = 18.3\text{ k}\Omega$$

ja

$$R3 = 610\text{ }\Omega. \quad (9)$$

### 3.3 Vastus $R4$

Kuvasta 1 katsomalla filterin lämpötila kunnolla lämmentyneenä on keskimäärin  $77.5\text{ }^{\circ}\text{C}$  luokkaa. Boilerin lämpötila taas on keskimäärin  $102\text{ }^{\circ}\text{C}$  luokkaa. Filterin lämpötila on siis noin 76 % boilerin lämpötilasta. Vastusjolle  $R3-R4$  pitää siis päteä

$$\frac{R4}{R3 + R4} \approx 0.76, \quad (10)$$

josta voidaan ratkaista

$$R4 \approx 1.93\text{ k}\Omega. \quad (11)$$

### 3.4 Kondensaattori $C2$

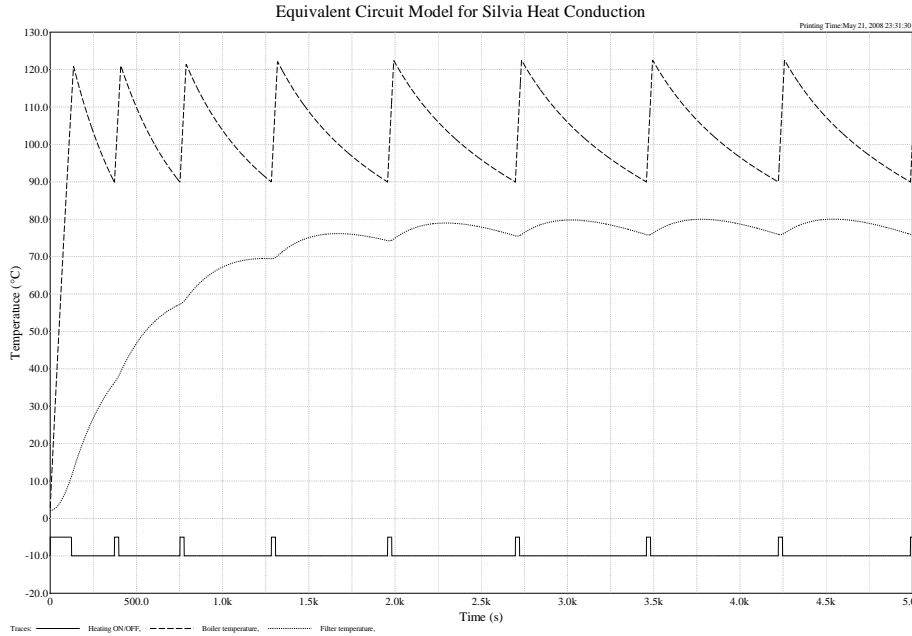
Kondensaattorin  $C2$  arvo pitää valita siten, että alipäästöpiirin  $R3-C2$  aikavakio on oikea. Kuvan 1 datalle suoritettu yhden navan (single pole = 1 RC piiri) jatkuva-aikainen prosessimalliestimointi minimoimalla iteratiivisesti mallin ennusteen ja mittausdatan välinen neliövirhe (MATLAB, System Identification Toolbox, pem-funktio) antoi aikavakioksi  $\tau = R3\ C2 \approx 750\text{ s}$ . Näin ollen

$$C2 \approx 0,813\text{ F}. \quad (12)$$

Kuvassa 2 olevassa mallissa tämä kapasitanssi on vähän liian suuri.

## 4 Tuloksia

Kuvassa 3 on esitetty kuvan 2 mallin avulla simuloituja tuloksia.



Kuva 3: Mallin vaste.

## 5 Pohdinta

### 5.1 Mitä malli kertoo

- Mallin ennustamat lämpötilat vastaavat hyvin todellisuutta (Kuva 3 vs. Kuva 1).
- Malli selittää hyvin lämpenemisen alkuvaiheessa tapahtuvan tiheämmän lämmityssyklin grupon/kahvan lämmittämisestä johtuvana.
- Boilerin lämpötilan ja kahvan lämpötilan muutoksen välinen viive selittyy hyvin alipäästävän  $R3 - C2$ -piirin avulla.

### 5.2 Jatkokehitysideoita

- Eri parametrien arvojen tarkentaminen.
- Grupolle ja kahvalle omat mallinsa yhteisen sijasta.
- Uuton aikaisesta veden virtauksesta aiheutuva lämpöhäviö boilerissa ja energian siirto kahvaan on mielenkiintoista ja haastavaa mallintaa.
- Termostaatin korvaaminen PID-säätimellä mallissa  $\rightarrow$  PID-parametrien virittely työpöydällä!